

## 1. CLASSIFICAZIONE DEI PUNTI CRITICI

Determinare e classificare i punti critici delle seguenti funzioni:

- |   |  |
|---|--|
| (1) $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$             | (13) $f(x, y) = (1 + \frac{1}{x})(1 + \frac{1}{y})(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$ |
| (2) $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4x + 4y$          | (14) $f(x, y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$                                      |
| (3) $f(x, y) = xy - x + y$                    | (15) $f(x, y) = x^2ye^{-(x^2+y^2)}$  |
| (4) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$               | (16) $f(x, y) = xye^{-x^2-y^4}$  |
| (5) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$               | (17) $f(x, y) = xe^{y^3-x^3}$  |
| (6) $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{8}{x} - y$ | (18) $f(x, y) = \frac{xy}{2+x^4+y^4}$  |
| (7) $f(x, y) = \cos(x + y)$                   | (19) $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y$  |
| (8) $f(x, y) = x \sin y$                      | (20) $f(x, y) = x^4 + x^2y + y^2 + 5$  |
| (9) $f(x, y) = \cos x + \cos y$               | (21) $f(x, y) = x^2 + y^3 - xy$  |
| (10) $f(x, y) = \frac{xy}{2+x^2+y^2}$         | (22) $f(x, y) = (x^4 + y^4)^{\frac{1}{4}}$                                     |
| (11) $f(x, y) = \frac{x}{1+x^2+y^2}$          | (23) $f(x, y) = e^{xy+2x}$   |
| (12) $f(x, y) = \frac{1}{1-x+y+x^2+y^2}$      |  |

## 2. PROBLEMI DI MASSIMO E MINIMO CON VINCOLI

- (1) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = x - x^2 + y^2$  nel rettangolo  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 1$ .
- (2) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = xy - 2x$  nel rettangolo  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ .
- (3) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = xy - y^2$  nel disco  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
- (4) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = x + 2y$  nel disco  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
- (5) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = xy - x^3y^2$  nel quadrato  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ .
- (6) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = xy(1 - x - y)$  nel triangolo con vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ .
- (7) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = \sin x \cos y$  nel triangolo con vertici  $(0, 0)$ ,  $(2\pi, 0)$ ,  $(0, 2\pi)$ .
- (8) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x + y)$  nel triangolo con vertici  $(0, 0)$ ,  $(\pi, 0)$ ,  $(0, \pi)$ .
- (9) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = \frac{x-y}{1+x^2+y^2}$  nel semipiano  $y \geq 0$ .
- (10) Determinare massimo e minimo di  $f(x, y) = xye^{-xy}$  nel disco  $x^2 + y^2 - x - y + \frac{1}{4} \leq 0$ .
- (11) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = x^3y^2$  sulla retta  $x + y = 1$ .
- (12) Quali sono i rettangoli di area massima tra quelli che hanno perimetro fissato?
- (13) Determinare la distanza minima tra la parabola  $y = x^2$  ed il punto  $(1, 2)$ .
- (14) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = xy$  nell'insieme dei punti che verificano  $x^2 + 4y^2 = 16$ .
- (15) Determinare i valori massimo e minimo di  $f(x, y) = x^2y$  sulla circonferenza  $x^2 + y^2 = 1$ .